

# Quantitative Methoden

Übungsaufgaben 7. Serie

(Abgabe bis zum 14.12.2011, 16:00 Uhr in Moodle)

1. (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Matrix  $C$  den Rang 2 hat:

$$C \leftarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(Es reicht nicht, nur den Rang mit R zu berechnen.)

2. (4 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A \leftarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie die Determinante von  $A$  durch Entwicklung nach der dritten Spalte.

(b) Welchen Rang hat  $A$ ?

3. (6 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 16 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Man verifiziere, dass

(a)  $B$  die Eigenwerte  $\lambda_1 = 16$ ,  $\lambda_2 = 6$  und  $\lambda_3 = -4$  besitzt,

(b) die zugehörigen Eigenvektoren jeweils Vielfache von

$$\vec{x}_1 = (0, 1, 0)^{\mathbf{T}},$$

$$\vec{x}_2 = (2, 0, 1)^{\mathbf{T}}$$

und

$$\vec{x}_3 = (1, 0, -2)^{\mathbf{T}}$$

sind und

(c) die Matrix, deren Spaltenvektoren die auf die Länge 1 normierten Eigenvektoren bilden, orthogonal ist.

**(Bitte Lösungen nicht nur nennen, auch begründen.)**